



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Cálculo Diferencial e Integral II

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima **Semestre:** 2022.1

Data: 31 de Maio de 2022 **Curso:** Engenharia – 3º Semestre

Discente: _____ **Nota:** _____

3º Verificação de Cálculo Diferencial e Integral II

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”

Questão 01: (2,0)

Calcule o valor da integral definida de cada função: $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$, $\int_1^2 x\sqrt{x^2 + 1} dx$

Questão 02: (2,0)

Resolva a integral por parte ao lado abaixo:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \operatorname{sen} x dx$

b) $\int \ln(2x + 3) dx$

Questão 03: (2,0)

Calcule as seguintes integrais indefinidas, utilizando o método de frações parciais:

a) $\int \frac{x - 1}{(x + 2)(x + 3)} dx$

b) $\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^4 - x^2} dx$

Questão 04: (2,0)

Calcule a área da região plana limitada pela curva $y = x^2 + 1$, pelo eixo x ($y = 0$) e pelas retas verticais $x = -1$ e $x = 1$.

Questão 05: (2,0)

. Calcule a área da região delimitada pelas curvas $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $x = 0$ e $x = 2$.

Prova III de Cálculo I

2022.1

Questões 01:

$$a) \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$x=0 \Rightarrow u=1$$

$$x=1 \Rightarrow u=2$$

$$u = x^2 + 1$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$du = 2x dx$$

$$dx = \frac{du}{2x}$$

$$\frac{x}{u} \cdot \frac{du}{2x}$$

$$\int_1^2 \frac{1}{2u} du = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{1}{u} du$$

$$\frac{1}{2} \ln u \Big|_1^2 = \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 1$$

$$\frac{\ln 2}{2}$$

$$b) \int_1^2 x \sqrt{x^2+1} dx$$

$$u = x^2 + 1$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$du = 2x dx$$

$$x dx = \frac{du}{2}$$

$$\int_2^5 \frac{\sqrt{u}}{2} du = \frac{1}{2} \int_2^5 u^{1/2} du =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{u^{3/2}}{3/2} \Big|_2^5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} = \frac{1}{3} u^{3/2}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 5^{3/2} - \frac{1}{3} \cdot 2^{3/2} = \frac{1}{3} \sqrt{5^3} - \frac{1}{3} \sqrt{2^3}$$

Questão 02:

$$a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \operatorname{sen} 2x \, dx = \left[x \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) \right]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) dx$$

$$u = x$$

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$v = -\frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\frac{dv}{dx} = \operatorname{sen} 2x$$

$$= \left[-\frac{1}{2} x \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$$

$$= -\frac{1}{2} \left[x \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \left[x \operatorname{sen} 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4} \left[\operatorname{sen} 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} - 0 \cdot \operatorname{sen} 0 \right\} + \frac{1}{4} \left\{ \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen} 0 \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} \{ 0 - 0 \} + \frac{1}{4} \{ 1 - 0 \}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Questão 03:

$$a) \int \frac{x-1}{(x+2)(x+3)} dx$$

$$\frac{x-1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$$

$$\frac{x-1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A(x+3) + B(x+2)}{(x+2)(x+3)}$$

$$\frac{x-1}{(x+2)(x+3)} = \frac{Ax + 3A + Bx + 2B}{(x+2)(x+3)}$$

$$x-1 = (A+B)x + 3A + 2B$$

$$\begin{cases} A+B=1 \\ 3A+2B=-1 \end{cases}$$

$$A+B=1$$

$$\boxed{A=1-B}$$

$$A=1-B$$

$$A=1-4$$

$$\boxed{A=-3}$$

$$3A+2B=-1$$

$$3(1-B)+2B=-1$$

$$3-3B+2B=-1$$

$$-B=-1-3$$

$$\boxed{B=4}$$

$$\int \frac{x-1}{(x+2)(x+3)} dx = \int \frac{A}{x+2} dx + \int \frac{B}{x+3} dx$$

$$= \int \frac{-3}{x+2} dx + \int \frac{4}{x+3} dx$$

$$-3 \int \frac{1}{x+2} dx + 4 \int \frac{1}{x+3} dx$$

$$-3 \ln|x+2| + 4 \ln|x+3|$$

Questão 03:

Letra B) $\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^4 - x^2} dx$

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x^4 - x^2} = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2(x^2 - 1)}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{x+1}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2(x-1)(x+1)} = \frac{A(x-1)(x+1) + Bx(x-1)(x+1) + Cx^2(x+1) + Dx^2(x-1)}{x^2(x-1)(x+1)}$$

$$x^2 + 2x + 3 = (B+C+D)x^3 + (A+C-D)x^2 - Bx - A$$

$$\begin{cases} B+C+D=0 \\ A+C-D=1 \\ -B=2 \Rightarrow B=-2 \\ -A=3 \Rightarrow A=-3 \end{cases}$$

$$C=3 \quad D=-1$$

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^4 - x^2} dx = -3 \int \frac{dx}{x^2} - 2 \int \frac{dx}{x} + 3 \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x+1} =$$

$$\frac{3}{x} - 2\ln|x| + 3\ln|x-1| - \ln|x+1| + C$$

Questão 04:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

$$A = \frac{1}{3} + 1 - \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$$

$$A = 2 + \frac{2}{3}$$

$$A = \int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 dx$$

$$A = \frac{8}{3} \mu \cdot a$$

$$A \approx 2,7 \mu \cdot a$$

$$A = \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_{-1}^1$$

Questão 05:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

$$A = \int_0^1 [(\sqrt{x}) - (x^2)] dx = A_1 = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = A_1 = \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right] = A_1 = \frac{1}{3} \mu \cdot a$$

~~$\int_1^2 [x^2 - \sqrt{x}] dx$~~

$$A_2 = \int_1^2 [x^2 - \sqrt{x}] dx = A_2 = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^2 = A_2 = \left[\frac{2^3}{3} - \frac{2\sqrt{2^3}}{3} \right] - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right)$$

$$A_2 = \frac{9 - 2\sqrt{8}}{3}$$

$$A_t = A_1 + A_2$$

$$A_t = \frac{1}{3} + \frac{9 - 2\sqrt{8}}{3} \Rightarrow A_t = \frac{10 - 2\sqrt{8}}{3} \text{ ou } 1,45$$





